

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗВУКОВИХ СИГНАЛІВ ДЛЯ ЇХ СТИСНЕННЯ З ВТРАТАМИ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЛІНІЙНИХ СТОХАСТИЧНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Приходько А.С.¹, Приходько С.Б. д.т.н., професор²

Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова

Україна, Миколаїв

¹whiterandrek@gmail.com, ²sergiy.prykhodko@nuos.edu

Анотація. Розглянуто удосконалений метод стиснення з втратами звукових сигналів шляхом їх математичного моделювання на основі нелінійних стохастичних диференціальних рівнянь із застосуванням попередньої нормалізації ординат звукових сигналів за допомогою бієктивного перетворення Джонсона сім'ї S_U , що дозволяє підвищити якість їх відновлення при великих коефіцієнтах стиснення.

Ключові слова: стиснення з втратами; математичне моделювання; нелінійне стохастичне диференціальне рівняння.

Вступна частина. Як відомо [1], методи стиснення з втратами призводять до деякої втрати інформації, а дані, які були стиснуті з використанням методів з втратами, як правило, не можуть бути точно відновлені. В обмін на прийняття цього спотворення при відновленні ми зазвичай отримуємо набагато більш високі коефіцієнти стиснення, ніж це можливо при стисненні без втрат. В [2] для стиснення звукових сигналів, які розглядалися як випадкові, було запропоновано застосувати стохастичні диференціальні рівняння (СДР). Суть представленого в [2] підходу полягає в наступному. Звуковий сигнал або його частина описуються СДР. В результаті рішення задачі параметричної ідентифікації знаходяться коефіцієнти СДР. Замість самого аудіо сигналу зберігається лише інформація про коефіцієнти СДР, часовий інтервал, крок дискретизації за часом, початкові умови, включаючи стартове значення генератора псевдовипадкових чисел з рівномірним законом розподілу. Відновлення аудіо сигналу виконується шляхом чисельного рішення СДР з відповідними коефіцієнтами і початковими умовами. Зауважимо, що розглянуте в [2] лінійне СДР 2-го порядку не завжди призводить до задовільних результатів відновлення аудіо сигналів, особливо при великих коефіцієнтах стиснення. Це в першу чергу пов'язано з тим, що розподіл ординат звукового сигналу істотно відрізняється від нормального. Тому виникає потреба в удосконаленні зазначеного підходу шляхом застосування математичного моделювання звукових сигналів на основі нелінійних СДР.

Ціллю роботи є удосконалення метод стиснення з втратами звукових сигналів шляхом їх математичного моделювання на основі нелінійних СДР із застосуванням попередньої нормалізації ординат звукових сигналів за допомогою бієктивного перетворення Джонсона сім'ї S_U , що дозволяє підвищити якість їх відновлення при великих коефіцієнтах стиснення.

Основна частина. Для поліпшення якості відновлення звукових сигналів після стиснення пропонується застосувати попередню нормалізацію їх ординат так, як, наприклад, це робиться в [3]. Для цього використовується перетворення Джонсона сім'ї S_U , яке є бієктивним і не призводить до додаткової втрати інформації. Для відновлення звукових сигналів чисельне рішення СДР перетворюється за допомогою зворотного перетворення Джонсона сім'ї S_U . Відзначимо, при реалізації зазначеного стиснення звукових сигналів

необхідний також метод моделювання значень випадкової величини з розподілом Гаусу за значеннями випадкової величини з рівномірним розподілом без відбраковування останніх. В якості такого методу застосовується метод запропонований в [4]. Розглянуто приклад стиснення звукового сигналу $x(t)$, що описується нелінійним СДР

$$\ddot{x} + 2\alpha_z \dot{x} + b_z^2(\gamma + \eta \operatorname{Arsh}(\tilde{x})) \frac{\lambda}{\eta} (\sqrt{1 + \tilde{x}^2}) - \dot{x}^2 \tilde{x} / [\lambda(1 + \tilde{x}^2)] = 2b_z \frac{\lambda}{\eta} \sqrt{D_z \alpha_z (1 + \tilde{x}^2)} n(t), \quad (1)$$

де $\tilde{x} = (x - \varphi) / \lambda$; $\operatorname{Arsh}(\tilde{x}) = \ln(\tilde{x} + \sqrt{\tilde{x}^2 + 1})$; $n(t)$ – білий шум; γ , η , φ та λ – параметри перетворення Джонсона сімейства S_U $z = \gamma + \eta \operatorname{Arsh}(\tilde{x})$; D_z – дисперсія нормалізованого звукового сигналу $z(t)$; $b_z^2 = \alpha_z^2 + \beta_z^2$; α_z і β_z – відповідно коефіцієнт загасання і середня частота кореляційної функції звукового сигналу $z(t)$, що описується лінійним СДР $\ddot{z} + 2\alpha_z \dot{z} + b_z^2 z = 2b_z \sqrt{D_z \alpha_z} n(t)$.

Велике стиснення звукового сигналу $x(t)$ досягається за рахунок зберігання параметрів нелінійного СДР (1) замість зберігання ординат сигналу $x(t)$. Поновлення звукового сигналу $x(t)$ відбувається шляхом чисельного рішення нелінійного СДР (1) за методом Ейлера. Для позначимо $x_1 = x(t)$ і $x_2 = \dot{x}(t)$ та перейдемо від СДР (1) до системи двох СДР 1-го порядку

$$\dot{x}_1 = x_2; \quad (2)$$

$$\dot{x}_2 = 2b_z \frac{\lambda}{\eta} \sqrt{D_z \alpha_z (1 + \tilde{x}^2)} n(t) - 2\alpha_z x_2 - b_z^2(\gamma + \eta \operatorname{Arsh}(\tilde{x})) \frac{\lambda}{\eta} (\sqrt{1 + \tilde{x}^2}) + \frac{x_2^2 \tilde{x}}{\lambda(1 + \tilde{x}^2)}. \quad (3)$$

Застосовуючи метод Ейлера до системи двох СДР (2) і (3), отримуємо різницеві рівняння

$$x_{1,i+1} = x_{1,i} + x_{2,i} \Delta t; \quad (4)$$

$$x_{2,i+1} = x_{2,i} + 2b_z \frac{\lambda}{\eta} \zeta_i \sqrt{D_z \alpha_z N_0 \Delta t (1 + \tilde{x}_i^2)} + \left[\frac{x_{2,i}^2 \tilde{x}_i}{\lambda(1 + \tilde{x}_i^2)} - 2\alpha_z x_{2,i} - b_z^2(\gamma + \eta \operatorname{Arsh} \tilde{x}_i) \frac{\lambda}{\eta} \sqrt{1 + \tilde{x}_i^2} \right] \Delta t, \quad (5)$$

де $\tilde{x}_i = (x_{1,i} - \varphi) / \lambda$; ζ_i – i -е значення нормально розподіленої випадкової величини з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією.

Саме за різницевими рівняннями (4) і (5) відбувається поновлення звукового сигналу $x(t)$. Значення випадкової величини з розподілом Гаусу ζ_i визначаються за значеннями випадкової величини з рівномірним розподілом без відбраковування останніх за методом запропонованим в [4]

$$\zeta_i = 0,48779 \operatorname{Arsh}(y_i / 0,22719),$$

де $y_i = tg(0,57U_i + U_i^3)$; U_i – значення випадкової величини U з рівномірним розподілом, $U \in [-1, 1]$.

В роботі окрім СДР (1) також розглядається математичне моделювання звукових сигналів на основі нелінійного СДР 8-го порядку, побудова якого для перетворення Джонсона сім'ї S_U , наведена у [3]. Це нелінійне СДР 8-го порядку у тому числі дозволяє реалізовувати стиснення мовних сигналів. Зауважмо, що мовні сигнали є негаусівськими випадковими процесами, ординати яких добре нормалізуються за допомогою перетворення Джонсона сім'ї S_U . Як і для СДР (1), велике стиснення мовних сигналів досягається за рахунок зберігання параметрів нелінійного СДР 8-го порядку замість зберігання ординат мовних сигналів. Поновлення мовних сигналів відбувається шляхом чисельного рішення нелінійного СДР 8-го порядку за методом Ейлера.

Висновки. В роботі запропоновано удосконалений метод стиснення з втратами звукових сигналів шляхом їх математичного моделювання на основі нелінійних СДР із застосуванням попередньої нормалізації ординат звукових сигналів за допомогою бієктивного перетворення Джонсона сім'ї S_U , що дозволяє підвищити якість їх відновлення при великих коефіцієнтах стиснення.

REFERENCES

- [1] Pu, I.M. (2006). *Fundamental Data Compression*. Elsevier.
- [2] Приходько, С.Б. (2002). Сжатие звука на основе стохастических дифференциальных уравнений второго порядка. *Вестник ХГТУ*, 2(15), 386-388.
- [3] Приходько, С.Б. (2011). Применение нормализующих преобразований для построения математических моделей нелинейных стохастических дифференциальных систем. *Электронное моделирование*, 2(33), 13-23.
- [4] Приходько, С.Б. (2015). Моделювання гаусівських випадкових величин із використанням перетворення Джонсона із сім'ї S_U . *Інформатика та математичні методи в моделюванні*, 1(5), 92-97.

Prykhodko A.S., Prykhodko S.B.

Mathematical modeling of sound signals for their compression with losses using nonlinear stochastic differential equations

Abstract. An improved method of compression with loss of audio signals by means of their mathematical modeling based on nonlinear stochastic differential equations with the use of preliminary normalization of the ordinates of audio signals using the bijective Johnson transform of the S_U family is considered, which makes it possible to improve the quality of their recovery at high compression ratios.

Keywords: lossy compression; mathematical modeling; nonlinear stochastic differential equation.

Приходько А.С., Приходько С.Б.

Математическое моделирование звуковых сигналов для их сжатия с потерями с помощью нелинейных стохастических дифференциальных уравнений

Аннотация. Рассмотрен усовершенствованный метод сжатия с потерями звуковых сигналов путем их математического моделирования на основе нелинейных стохастических дифференциальных уравнений с применением предварительной нормализации ординат звуковых сигналов с помощью биективного преобразования Джонсона семейства S_U , что позволяет повысить качество их восстановления при больших коэффициентах сжатия.

Ключевые слова: сжатие с потерями; математическое моделирование; нелинейное стохастическое дифференциальное уравнение.