УДК 004.93

# ПОБУДОВА ПРАВИЛ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ДЛЯ НОРМАЛІЗОВАНИХ ДАНИХ У ЗАДАЧІ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ

Приходько С.Б., д.т.н, проф. [1]; Трухов А.С.[2]
[1,2] Національний університет кораблебудування імені адмірала Макарова
[1,2] Україна, Миколаїв
[1] sergiy.prykhodko@nuos.edu.ua; [2] artem.trukhov@gmail.com

***Анотація.*** *Розроблено правила прийняття рішень для розпізнавання образів з використанням квадрата відстані Махаланобіса для нормалізованих даних за допомогою одновимірного перетворення Бокса-Кокса та десятивимірного перетворення Бокса-Кокса.*
***Ключові слова:*** *розпізнавання образів; правила прийняття рішень; перетворення Бокса-Кокса; відстань Махаланобіса.*

***Вступна частина.*** У сучасний інформаційний час розпізнавання образів відіграє ключову роль у різних галузях людської діяльності, починаючи від систем безпеки та управління доступом, закінчуючи медичною діагностикою та автоматизацією виробництва, тому розробка та вдосконалення методів розпізнавання образів має високу актуальність. Один із найпопулярніших підходів це використання правил прийняття рішень на основі квадрата відстані Махаланобіса. Цей метод базується на припущенні про багатовимірний нормальний розподіл даних [1], однак у реальному світі ця умова не завжди виконується, що призводить до зниження ймовірності розпізнавання.

***Мета роботи*** полягає у підвищенні ймовірності розпізнавання образів шляхом побудови правил прийняття рішень на основі квадрата відстані Махаланобіса для десятивимірних нормалізованих даних.

***Основна частина***. У роботі [2] було удосконалено правило прийняття рішення для розпізнавання образів на основі застосування квадрата відстані Махаланобіса для нормалізованих даних з 10 характеристик за допомогою перетворення десяткового логарифма. Але при використанні десяткового логарифму ймовірність розпізнавання не завжди є задовільною, тому виникає необхідність застосування інших нормалізуючих перетворень, таких як перетворення Бокса-Кокса.

Було обрано набір даних з роботи [2], що містить по 200 фотографій двох людей, де 100 фотографій використовується для побудови правила прийняття рішень для розпізнавання першої особи (особа 1), а 300 – для тестування. Розподіл обраної вибірки відхиляється від нормального, тому необхідно застосувати нормалізуюче перетворення, яке трансформує негаусівську випадкову величину $\mathbf{X}$ до гаусівської $\boldsymbol{Z} = \{z_1, z_2, \dots z_m\}^T$ та задається як $\boldsymbol{T} = \psi(\boldsymbol{X})$. Правило прийняття рішень для нормалізованих даних матиме вигляд:

$$(\boldsymbol{z}_i - \bar{\boldsymbol{z}})^T \boldsymbol{S}_{\boldsymbol{z}}^{-1} (\boldsymbol{z}_i - \bar{\boldsymbol{z}}) \leq X^2(10, 0{,}995), \quad (1)$$

де $\bar{\boldsymbol{z}}$ – вектор вибіркових середніх нормалізованих даних; $\boldsymbol{S}_{\boldsymbol{z}}$– вибіркова коваріаційна матриця нормалізованих даних; $X^2(10, 0{,}995)$ - значення квантиля розподілу Хі-квадрат для 10 ступенів свободи та рівня значущості 0,005, що становить 25,19.

**Нормалізація одновимірним перетворенням Бокса-Кокса**. Це перетворення має лише один параметр лямбда та виконується за наступною формулою:

$$x(\lambda) = \begin{cases} (x^{\lambda} - 1)/\lambda, & \lambda \neq 0; \\ \ln(x), & \lambda = 0, \end{cases} \quad (2)$$

де $x$ - випадкова величина, яка нормалізується; $x(\lambda)$ – нормалізована нормально розподілена величина; $\lambda$ – параметр розподілу.

Найпопулярнішим методом знаходження оптимального значення параметру лямбда є максимізація логарифму функції правдоподібності [3]:

$$l(\lambda) = C - \frac{n}{2} ln \sum_{i=1}^{n} \frac{(x(\lambda)_i - \overline{x(\lambda)})^2}{n} + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln(x_i), \quad (3)$$

де С – константа; $\overline{x(\lambda)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x(\lambda)_i$.

Унаслідок вирішення задачі за методом максимальної правдоподібності логарифмічної функції (3) було отримано наступні оцінки параметрів: $\widehat{\lambda_1}$ = 1,7451, $\widehat{\lambda_2}$ = -4,5493, $\widehat{\lambda_3}$ = -0,7145, $\widehat{\lambda_4}$ = 0,3643, $\widehat{\lambda_5}$ = 5,1055, $\widehat{\lambda_6}$ = -0,8785, $\widehat{\lambda_7}$ = -0,4222, $\widehat{\lambda_8}$ = -2,7221, $\widehat{\lambda_9}$ = -1,8611, $\widehat{\lambda_{10}}$ = 1,0102.

В результаті застосування одновимірного перетворення Бокса-Кокса з компонентами (2), де кожен елемент вектору **T** обчислюється незалежно від інших, згідно тесту Мардіа [4] нормалізовані дані не відхиляються від багатовимірного нормального розподілу, адже значення тестової статистики багатовимірної асиметрії $B_1 n/6$, яке становить 276,51, не перевищує критичного значення 277,77; тестова статистика багатовимірного ексцесу $B_2$, значення якої 120,4, менше за критичне значення 127,97.

Використання правила прийняття рішення (1) для нормалізованих даних за допомогою одновимірного перетворення Бокса-Кокса дало змогу отримати ймовірність розпізнавання першої особи 94%, при цьому ймовірність помилок першого роду 6%, а другого роду – 5,5%.

**Нормалізація десятивимірним перетворенням Бокса-Кокса.** У разі використання перетворення Бокса-Кокса компоненти вектору **T** багатовимірного нормалізуючого перетворення визначаються як

$$z_j = x(\lambda_j) = \begin{cases} (x_j^{\lambda_j} - 1)/\lambda_j, & \lambda_j \neq 0; \\ \ln(x_j), & \lambda_j = 0, \end{cases} \quad (4)$$

де $j$ змінюється від 1 до 10; $x_j$ – випадкова величина, яка нормалізується; $z_j$ – нормалізована нормально розподілена величина; $\lambda_j$ – параметр перетворення Бокса-Кокса.

Для десятивимірного перетворення Бокса-Кокса логарифмічну функцію правдоподібності можна записати як [5]:

$$l(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^{m} (\lambda_j - 1) \sum_{i=1}^{n} \ln(x_{ji}) - \frac{N}{2} \ln[\det(\boldsymbol{S_T})], \quad (5)$$

де $m$=10; $\boldsymbol{\theta} = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_m\}^T$; $\boldsymbol{S_T}$ – це вибіркова коваріаційна матриця для компонентів вектору **T**.

В результаті вирішення задачі за методом максимальної правдоподібності логарифмічної функції (5) було отримано наступні оцінки параметрів: $\widehat{\lambda_1}$ = -0,5799, $\widehat{\lambda_2}$ = -0,9732, $\widehat{\lambda_3}$ = 0,4871, $\widehat{\lambda_4}$ = 2,888, $\widehat{\lambda_5}$ = 4,0714, $\widehat{\lambda_6}$ = -0,231, $\widehat{\lambda_7}$ = 0,087, $\widehat{\lambda_8}$ = -1,2973, $\widehat{\lambda_9}$ = -1,1866, $\widehat{\lambda_{10}}$ = 1,3321.

Унаслідок застосування десятивимірного перетворення Бокса-Кокса з компонентами (4) нормалізовані дані не відхиляються від багатовимірного нормального розподілу, адже значення тестової статистики багатовимірної асиметрії $B_1 n/6$, яке дорівнює 265,59, не перевищує критичного значення 277,77; тестова статистика багатовимірного ексцесу $B_2$, значення якої 121,52, менше за критичне значення 127,97.

Користуючись правилом прийняття рішення (1), виконується розпізнавання нормалізованих реалізацій за допомогою десятивимірного перетворення Бокса-Кокса. При цьому ймовірність розпізнавання першої особи становить 97%, ймовірність помилок першого роду 3%, а другого – 2,5%.

У таблиці 1 наведено порівняння результатів використання правил прийняття рішень для початкових даних (Source); даних нормалізованих перетворенням десяткового логарифму (Lg) [2]; нормалізованих даних за допомогою одновимірного перетворення Бокса-Кокса (Univariate Box-Cox); нормалізованих даних за допомогою перетворення десятивимірного Бокса-Кокса (Multivariate Box-Cox).

*Таблиця 1*

**Порівняння результатів застосування правил прийняття рішень**

| | **Source** | **Lg** | **Univariate Box-Cox** | **Multivariate Box-Cox** |
|---|---|---|---|---|
| Ймовірність помилок I роду | 8% | 5% | 6% | 3% |
| Ймовірність помилок II роду | 4,5% | 5,5% | 5,5% | 2,5% |
| Ймовірність розпізнавання особи 1 | 92% | 95% | 94% | 97% |

Застосування правил прийняття рішень для нормалізованих даних за допомогою десяткового логарифму та одновимірного перетворення Бокса-Кокса забезпечує нижчу ймовірність розпізнавання ніж використання багатовимірних перетворень, це пояснюється тим, що одновимірні перетворення не враховують кореляцію між характеристиками та передбачають, що змінні є незалежними.

***Висновки***. В ході роботи було удосконалено правило прийняття рішень для розпізнавання образів, яке базується на застосуванні квадрата відстані Махаланобіса для нормалізованих даних з 10 характеристик за допомогою перетворень Бокса-Кокса. Досліджено, що правило прийняття рішень побудоване для нормалізованих даних за допомогою багатовимірного перетворення Бокса-Кокса, має вищу ймовірність розпізнавання, адже враховує кореляцію між ознаками. В подальшому планується побудова правил прийняття рішень для нормалізованих даних на основі багатовимірного нормалізуючого перетворення Джонсона.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ


[1] Prykhodko, S., Prykhodko, N., Makarova, L., & Pukhalevych, A. (2018, February). Application of the squared Mahalanobis distance for detecting outliers in multivariate non-Gaussian data. In *2018 14th International Conference on Advanced Trends in Radioelecrtronics, Telecommunications and Computer Engineering (TCSET)* (pp. 962-965). IEEE.

[2] Приходько, С., & Трухов, А. (2023). Побудова правил прийняття рішень для розпізнавання облич на основі квадрата відстані Махаланобіса для нормалізованих даних. *Information Technology: Computer Science, Software Engineering and Cyber Security*, (2), 50-58.

[3] Osborne, J. (2010). Improving your data transformations: Applying the Box-Cox transformation. *Practical Assessment, Research, and Evaluation*, 15(1), 12.

[4] Mardia, K. V. (1974). Applications of some measures of multivariate skewness and kurtosis in testing normality and robustness studies. *Sankhyā: The Indian Journal of Statistics, Series B*, 115-128.

[5] Lindsey, C., & Sheather, S. (2010). Power transformation via multivariate Box–Cox. *The Stata Journal*, 10(1), 69-81.



Prykhodko S.B., Trukhov A.S.


**Construction of decision rules for normalized data in the problem of pattern recognition**


***Abstract.*** *Decision rules are developed for pattern recognition using squared Mahalanobis distance for normalized data using the univariate Box-Cox transformation and the ten-variate Box-Cox transformation.*



***Keywords****: pattern recognition; decision rules; Box-Cox transformation; Mahalanobis distance.*