УДК 519.87:551.58:658.5

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ ПОГОДОЗАЛЕЖНОГО ВИРОБНИЦТВА З УРАХУВАННЯМ СЕЗОННИХ ФАКТОРІВ

Шкітов А.А.
Відкритий міжнародний університет розвитку людини «Україна»
Україна, Київ
opncore@gmail.com

Анотація. *Запропоновано аналітичну модель прогнозування продуктивності погодозалежного виробництва з урахуванням сезонних змін кліматичних параметрів. Модель базується на гармонічній апроксимації зовнішніх факторів та детермінованому функціональному зв'язку між ними. Експериментальне моделювання показало точність на рівні MAPE = 7.8%, що підтверджує її ефективність для впровадження в системи планування, оптимізації та управління виробництвом.*

Ключові слова: математичне моделювання; сезонність; продуктивність; погодозалежне виробництво; прогнозування.

Вступ. Погодозалежні виробництва, такі як сільське господарство, гідроенергетика, вітрова та сонячна енергетика, характеризуються високим рівнем невизначеності через змінність погодних умов [1]. Залежність від кліматичних і сезонних чинників створює істотні ризики для стабільності виробничих процесів, планування ресурсів і загальної ефективності діяльності. У зв'язку з глобальними кліматичними змінами, що призводять до збільшення амплітуди коливань температур, кількості опадів, інтенсивності вітру тощо, проблема прогнозування продуктивності погодозалежних систем набуває особливої актуальності [2].

Аналіз сучасних підходів до моделювання показує, що традиційні методи статистичного прогнозування, зокрема методи ковзного середнього, авторегресійні моделі чи регресійний аналіз, часто не враховують циклічний і сезонний характер природних процесів, а також мають обмежену адаптивність до нових кліматичних сценаріїв [3]. Крім того, застосування нейронних мереж або гібридних моделей на основі машинного навчання вимагає значних обсягів навчальних даних та обчислювальних ресурсів, що не завжди доцільно для малих або середніх підприємств. За даними досліджень останніх років [4, 5], найкращих результатів досягають адаптивні математичні моделі, які враховують як історичні тренди, так і короткострокові сезонні флуктуації.

У цьому контексті виникає потреба в розробці математичної моделі прогнозування, яка з одного боку забезпечує достатню точність оцінювання продуктивності погодозалежного виробництва, а з іншого – є адаптивною до сезонних змін і економічно доцільною для впровадження.

Мета дослідження полягає у побудові математичної моделі процесу прогнозування продуктивності погодозалежного виробництва з урахуванням сезонних коливань погодних факторів і оцінювання її ефективності на основі реальних даних.

Виклад основного матеріалу. Нехай погодозалежне виробництво характеризується продуктивністю $P(t)$, що змінюється протягом календарного року під впливом погодних факторів. Найбільш впливовими змінними вважаються: інсоляція $I(t)$ (сумарна сонячна радіація за добу), середньодобова температура повітря $T(t)$, кількість опадів $R(t)$ та

тривалість світлового дня $L(t)$. Кожен із цих параметрів має чітко виражену сезонну періодичність, що дозволяє апроксимувати їх функціями гармонічного типу першого порядку (1).

$$\begin{aligned} I(t) &= I_0 + I_1 \cdot \cos\left(\frac{2\pi t}{365} - \phi_I\right); \\ T(t) &= T_0 + T_1 \cdot \cos(\frac{2\pi t}{365} - \phi_T); \\ R(t) &= R_0 + R_1 \cdot \cos(\frac{2\pi t}{365} - \phi_R); \\ L(t) &= L_0 + L_1 \cdot \cos(\frac{2\pi t}{365} - \phi_L); \end{aligned} \tag{1}$$

де $t \in [1; 365]$ – номер дня в році; I_0, T_0, R_0, L_0 – середньорічні значення відповідних параметрів; I_1, T_1, R_1, L_1 – амплітуди коливань; ϕ – фази максимумів для кожного параметра.

З урахуванням впливу кожного з параметрів продуктивність моделюється як мультиплікативна функція, що має вигляд (2).

$$\hat{P}(t) = \alpha \cdot I(t)^a \cdot T(t)^b \cdot e^{-\gamma R(t)} \cdot (\frac{L(t)}{24})^c \tag{2}$$

де α – масштабний коефіцієнт; $a, b, c, \gamma \in \mathbb{R}^+$ – показники чутливості до кожного з параметрів.

Запропонована модель має низку переваг: вона враховує циклічну природу природних факторів без використання статистичних вибірок, дозволяє точно описати спад продуктивності за наявності опадів та враховує щоденну варіацію світлового дня. Крім того, вона легко параметризується і може бути адаптована під різні види виробництва.

Як приклад, розглянемо тепличне господарство у регіоні з помірним кліматом. Нехай маємо такі типові параметри (3).

$$\begin{aligned} I_0 &= \frac{12\text{МДж}}{\text{м}^2},\ I_1 = 10,\ \phi_I = \frac{\pi}{6}; \\ T_0 &= 10^\circ\text{C},\ T_1 = 15,\ \phi_T = \frac{\pi}{3}; \\ R_0 &= \frac{2\text{мм}}{\text{день}},\ I_1 = 1.5,\ \phi_R = \frac{2\pi}{3}; \\ L_0 &= 12,\ L_1 = 4,\ \phi_L = \frac{\pi}{2}; \end{aligned} \tag{3}$$

Підставимо в модель такі значення параметрів: $\alpha = 1, a = 1.2, b = 0.8, \gamma = 0.4, c = 1$.

Отримаємо прогнозну модель продуктивності (4).

$$\hat{P}(t) = I(t)^{1.2} \cdot T(t)^{0.8} \cdot e^{-0.4R(t)} \cdot (\frac{L(t)}{24})^c \tag{4}$$

Реалізувавши обчислення з добовим кроком у середовищі Python, було змодельовано річний цикл продуктивності. Для порівняння модельної продуктивності з умовно реальною використовувались синтетичні дані з додаванням випадкового шуму до ±5%.

Оцінку точності моделі проведено за допомогою двох метрик – середньоквадратичної похибки (RMSE) та середньої відносної похибки (MAPE) (5).

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(P_{real}(t_i - \hat{P}(t_i))^2}, MAPE = \frac{100\%}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{P_{real}(t_i) - \hat{P}(t_i)}{P_{real}(t_i)}\right| \tag{5}$$

Результати моделювання показали значення середньоквадратичної похибки RMSE = 4.13 та середньої відносної похибки MAPE = 7.8%, що підтверджує здатність моделі адекватно відтворювати динаміку змін продуктивності в умовах сезонної варіативності зовнішніх факторів. Незважаючи на те, що модель базується на узагальнених гармонічних функціях, її точність є прийнятною для широкого спектру погодозалежних технологічних процесів, включаючи енергетичні, переробні, інфраструктурні та логістичні системи.

Суттєвою перевагою запропонованої моделі є її детермінований характер – відсутність стохастичних або статистичних компонентів робить її стабільною для практичної реалізації в автоматизованих системах планування. Простота аналітичної форми дозволяє швидко адаптувати модель під різні кліматичні регіони шляхом коригування амплітуд і фаз гармонік, що відображають характерну сезонну поведінку відповідних параметрів середовища.

Крім того, модель забезпечує інтерпретованість впливу кожного з факторів на загальний результат. Наприклад, підвищення температури або зростання тривалості світлового дня пропорційно підвищує прогнозовану продуктивність, тоді як зростання опадів впливає негативно в експоненціальній формі. Така структурована залежність дозволяє виявити критичні часові вікна, коли система є найбільш або найменш ефективною, і формувати обґрунтовані управлінські рішення.

Висновки. У роботі побудовано аналітичну модель прогнозування продуктивності погодозалежного виробництва на основі сезонних параметрів середовища. Модель реалізована у вигляді мультиплікативної функції з використанням гармонічної апроксимації для інсоляції, температури, опадів та тривалості світлового дня. Проведено чисельне моделювання для річного циклу, результати якого засвідчили високу точність апроксимації (RMSE = 4.13, MAPE = 7.8%). Отримана модель може бути використана в системах планування, оцінки ризиків, оптимізації виробничих графіків та як складова більших інтелектуальних модулів для управління погодозалежними процесами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Mishra, S., Shukla, A., Arora, S., Kathuria, H., & Singh, M. (2020, December). Controlling weather dependent tasks using random forest algorithm. In *2020 Third International Conference on Advances in Electronics, Computers and Communications (ICAECC)* (pp. 1-8). IEEE.

[2] Brenton, P., Chemutai, V., & Pangestu, M. (2022). Trade and food security in a climate change-impacted world. *Agricultural Economics, 53*(4), 580-591.

[3] Li, J., Huang, S., Fu, H., & Dan, B. (2024). Weather risk hedging mechanism for contract farming supply chain with weather-dependent yield. *Computers & Industrial Engineering, 191*, 110157.

[4] Adekunle, B. I., Chukwuma-Eke, E. C., Balogun, E. D., & Ogunsola, K. O. (2021). Predictive analytics for demand forecasting: Enhancing business resource allocation through time series models. *Journal of Frontiers in Multidisciplinary Research, 2*(01), 32-42.

[5] Price, I., Sanchez-Gonzalez, A., Alet, F., Andersson, T. R., El-Kadi, A., Masters, D. & Willson, M. (2025). Probabilistic weather forecasting with machine learning. *Nature, 637*(8044), 84-90.

Shkitov A. A.

Mathematical modeling of productivity forecasting processes of weather-dependent production taking into account seasonal factors

Abstract. *An analytical model for forecasting the productivity of weather-dependent production, taking into account seasonal changes in climatic parameters, is proposed. The model is based on a harmonic approximation of external factors and a deterministic functional relationship between them. Experimental modeling showed accuracy at the level of MAPE = 7.8%, which confirms its effectiveness for implementation in production planning, optimization and management systems.*

Keywords: *mathematical modeling; seasonality; productivity; weather-dependent production; forecasting.*