УДК 519.17:519.87

МОДЕЛЬ КАСКАДНИХ ВІДМОВ У ПОШТОВО-ЛОГІСТИЧНИХ МЕРЕЖАХ

Карогодіна Є.С.[1]; Лапаєв А.В.[2]
[1,2]Національний університет «Одеська політехніка»
[1,2]Україна, Одеса
[1]ORCID: 0009-0008-8965-5551; [2]ORCID: 0009-0003-2937-5236

Анотація. *Досліджено стійкість поштово-логістичних мереж топології в умовах каскадних перевантажень на основі емпіричного датасету Australian Post ($N = 40$). Запропоновано дискретну теоретико-множинну модель поширення відмов із просторовим тяжінням трафіку до найближчих хабів. На базі $78 \cdot 10^4$ симуляцій методом Монте-Карло ідентифіковано критичні точки одиничної відмови, кількісно охарактеризовано фазовий перехід від запасу міцності та показано обмеженість пасивного резервування потужності.*

Ключові слова: *каскадні відмови; логістичні мережі; топологія hub-and-spoke; запас міцності; датасет Australian Post; метод Монте-Карло.*

Вступ. Сучасні логістичні системи функціонують переважно за принципом топології «маточина і спиці» (*hub-and-spoke*), що мінімізує сукупні транспортні витрати, проте створює надвисоку вразливість до масштабних каскадних збоїв [1, 2]. Вихід із ладу ключових сортувальних терміналів породжує лавиноподібне перевантаження суміжних вузлів і здатний спричинити системний колапс інфраструктури [3].

Мета дослідження. Мета роботи полягає у зменшенні ризику транспортного колапсу шляхом кількісної ідентифікації критичних вузлів (*Single Points of Failure*), оцінці стійкості інфраструктури за сценаріями $N-k$ відмов та встановленні критичного порогу запасу міцності для розмежування стабільного режиму функціонування та системного колапсу мережі.

Основна частина. Кожен логістичний вузол $i \in V$ характеризується базовим добовим навантаженням кореспонденції, яке визначається як сума всіх вихідних і вхідних поштових відправлень:

$$L_i^{(0)} = \sum_{j=1}^{N} W_{ij} + \sum_{j=1}^{N} W_{ji}, \tag{1}$$

де W_{ij} – елемент матриці кореспонденцій вантажопотоків між парою міст i та j. Гранична пропускна здатність хаба (максимальна фізична місткість C_i) формується з урахуванням коефіцієнта запасу потужності $\alpha \geq 0$:

$$C_i = (1+\alpha)L_i^{(0)}. \tag{2}$$

У разі пошкодження вузла i його накопичений трафік перенаправляється на інші об'єкти мережі. Якщо на наступному часовому такті $t+1$ сумарне навантаження сусіднього вузла j перевищує його максимальну місткість ($L_j(t+1) = L_j(t) + \Delta L_{i\to j} > C_j$), настає функціональне блокування (*gridlock*). Такий термінал припиняє обробку посилок і сам вимикається з мережі, генеруючи вторинну ударну хвилю перевантажень.

Динаміка деградації системи описується апаратом теорії скінченних множин [4]: нехай $V = \{1, 2, \ldots, N\}$ – множина всіх хабів системи ($|V| = N$), а $F(t) \subseteq V$ – кумулятивна множина

вузлів, які вийшли з ладу до моменту t включно. Тоді підмножина вузлів, які функціонують $V_{\text{active}}(t)$ визначається операцією різниці множин:

$$V_{\text{active}}(t) = V \setminus F(t). \tag{3}$$

Поточна кількість працездатних хабів становить $N_{\text{active}}(t) = |V \setminus F(t)| = N - |F(t)|$, а нормована частка зруйнованої мережі (*Cascade Damage Ratio*) визначається як відносне доповнення активної підмножини:

$$\text{CDR}(t) = \frac{|F(t)|}{|V|} = 1 - \frac{|V_{\text{active}}(t)|}{N}. \tag{4}$$

У реальній практиці перевезень у разі аварії термінала вантажі перенаправляються до найближчих доступних вузлів. У роботі реалізовано агентну поведінку просторового тяжіння: потік аварійного хаба i скидається виключно на $m = 3$ найближчих працездатних географічних сусіди $\mathcal{N}_i$. Частка вантажопотоку p_j, яку приймає сусід $j \in \mathcal{N}_i$, розподіляється обернено пропорційно евклідовій відстані D_{ij} між ними:

$$p_j = \frac{1/D_{ij}}{\sum_{r \in \mathcal{N}_i}(1/D_{ir})}, \qquad \Delta L_{i \to j} = p_j \cdot L_i(t), \tag{5}$$

де метричні відстані $D_{ij} = \sqrt{\Delta X_{ij}^2 + \Delta Y_{ij}^2}/1000$ (км) розраховано за фактичними планарними координатами терміналів.

Для верифікації моделі використано еталонний набір даних поштової служби Австралії – *Australian Post (AP) dataset* із бібліотеки OR-Library ($N = 40$ округів) [5, 6], який містить реальні географічні координати (X_i, Y_i) та повну несиметричну матрицю кореспонденцій W_{ij}. Статистичне моделювання методом Монте-Карло організовано за сценаріями комбінованого $N - k$ стрес-тесту для діапазону первинних відмов $k \in [1, 6]$, варіювання коефіцієнта резерву міцності $\alpha \in [0{,}0; 0{,}50]$ із кроком 0,02 та вибірки $M = 10\,000$ випробувань на кожну конфігурацію (сумарно $78 \cdot 10^4$ симуляцій) [7].

Характер фазового переходу деградації мережі та ймовірності системного колапсу $P_{\text{collapse}} = P(\text{CDR} > 0{,}5)$ наведено на рис. 1.

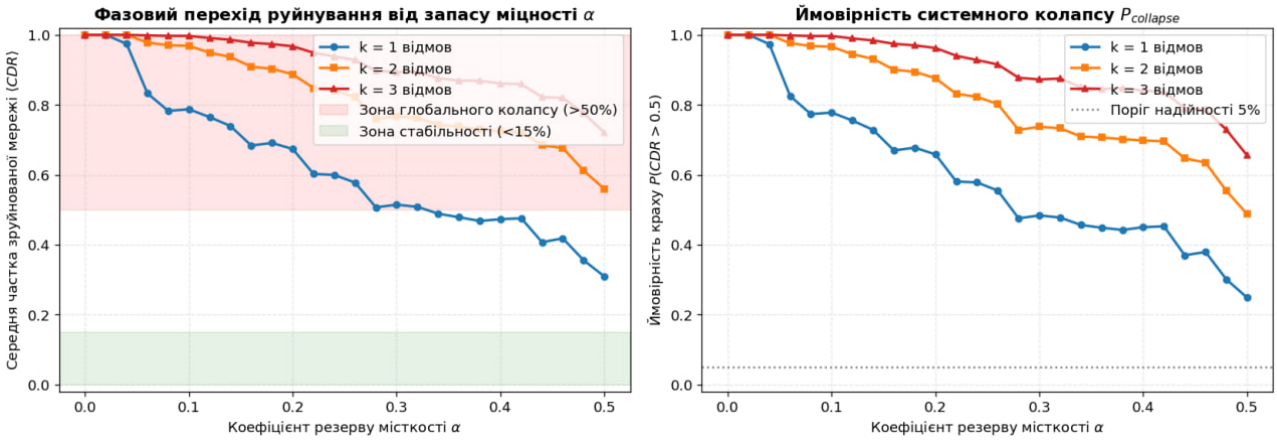


Рисунок 1 – Фазовий перехід середньої частки руйнування $\langle \text{CDR} \rangle$ та ймовірності колапсу P_{collapse} від коефіцієнта резерву міцності α

Як видно з рис. 1, нарощування запасу міцності веде до монотонного зниження середніх руйнувань, проте навіть за максимального резерву $\alpha = 0{,}50$ ймовірність системного колапсу за $k = 1$ становить близько 25%, що суттєво перевищує допустимий інженерний поріг надійності 5%. Для множинних первинних відмов ($k = 2$ та $k = 3$) значення P_{collapse} перевищують відповідно 50% та 65% навіть при $\alpha = 0{,}50$, а точка $k_{\text{crit}} = 2$ є критичною межею (точкою неповернення), за якої руйнування зазнають понад 90% мережі.

Просторово-часову динаміку поширення хвилі відмов з епіцентром у найбільш завантаженому вузлі проілюстровано на рис. 2.

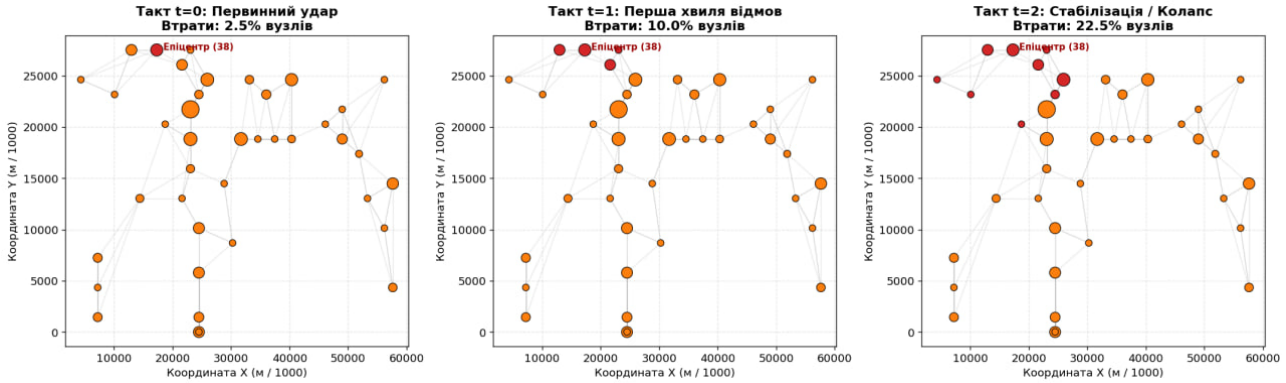


Рисунок 2 – Просторово-часова динаміка поширення каскадної хвилі руйнування мережі з епіцентром у Хабі 38 (такти $t = 0, 1, 2$)

На такті $t = 0$ аварія в епіцентрі викликає первинні втрати 2,5% вузлів мережі. Внаслідок дефіциту поглинання трьома найближчими сусідами ($L_i > \sum \Delta C_j$) на такті $t = 1$ виникає перша хвиля відмов із сукупними втратами 10,0% терміналів, а вже на такті $t = 2$ перевантаження охоплює 22,5% вузлів (рис. 2), що призводить до лавиноподібного розпаду єдиного сполучення.

Індивідуальний стрес-тест за індексом вразливості (*Node Vulnerability Index*, NVI) дозволив виявити 5 найбільш критичних хабів системи (табл. 1).

Таблиця 1 – Характеристика найбільш критичних вузлів мережі за індексом вразливості

Ранг	**Ідентифікатор**	**Базовий потік** $L_i^{(0)}$
1	Хаб 38	100 488 од.
2	Хаб 37	89 214 од.
3	Хаб 36	76 540 од.
4	Хаб 35	68 120 од.
5	Хаб 33	61 950 од.

Поодинока відмова будь-якого хаба з топ-5 за стандартного резерву $\alpha = 0{,}20$ породжує 100% крах інфраструктури (табл. 1). Ці хаби утворюють щільний південно-східний географічний кластер материка і замикають надлишкове навантаження один на одного. Отже, забезпечення живучості мережі вимагає відмови від суто пасивного нарощування α на користь впровадження алгоритмів динамічного аварійного дроселювання потоків (*traffic throttling*) та диференційованого захисту ключових магістральних напрямків.

Висновки. У роботі проведено комплексне дослідження стійкості континентальної логістичної інфраструктури на базі емпіричного датасету Australian Post за допомогою дискретної теоретико-множинної моделі каскадних відмов і методу Монте-Карло. Ідентифіковано 5 критичних хабів (точок одиничної відмови), аварія на будь-якому з яких паралізує всю мережу внаслідок дефіциту локальної місткості поглинання. Доведено, що пасивне нарощування резерву потужності навіть до $+50\%$ не дозволяє досягти 5%-го нормативного порогу надійності, а точкою неповернення є одночасна відмова двох хабів ($k_{\text{crit}} = 2$). Для підвищення відмовостійкості логістичних мереж топології hub-and-spoke обґрунтовано доцільність застосування адаптивного просторового дроселювання потоків і захисту транзитних коридорів.

Використання інструментів ШІ. Під час підготовки тез доповіді інструменти генеративного штучного інтелекту використовувалися виключно як допоміжний засіб для перевірки граматики та стилістичного редагування тексту. Усі концептуальні ідеї, математичні викладки, алгоритми симуляцій та аналіз результатів виконані авторами самостійно.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Campbell, J. F. & O'Kelly, M. E. (2012). Twenty-five years of hub location research. *European Journal of Operational Research*. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.01.026.

[2] Dekker, M. M. & Panja, D. (2021). Cascading dominates large-scale disruptions in transport over complex networks. https://doi.org/10.1371/journal.pone.0246077.

[3] Motter, A. E. & Lai, Y.-C. (2002). Cascade-based attacks on complex networks. *Physical Review E*. https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0301086.

[4] Нікольський, Ю. В., Пасічник, В. В. & Щербина, Ю. М. (2007). *Дискретна математика*. 2-ге вид. ВХВ.

[5] Beasley, J. E., Ernst, A. T. & Krishnamoorthy, M. (1996). *OR-Library: p-hub problems (Australian Post dataset)*. https://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/phubinfo.html.

[6] Ernst, A. T. & Krishnamoorthy, M. (1996). Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub problem. *Location Science*. https://doi.org/10.1016/S0966-8349(96)00011-3.

[7] Буткевич, О. Ф., Бардик, Є. І. & Бондаренко, О. Л. (2026). Оцінювання ризику порушення нормального режиму та каскадного розвитку відмов в енергосистемах. *Технічна електродинаміка*. https://doi.org/10.15407/techned2026.05.075.

Karohodina Y.S., Lapaiev A.V.

Cascading failure model in postal logistics networks

Abstract. *The resilience of hub-and-spoke postal logistics networks under cascading overload conditions is investigated using the empirical Australian Post dataset ($N = 40$). A discrete set-theoretic model of failure propagation with agent-based local spatial flow redistribution is developed. Based on $78 \cdot 10^4$ Monte Carlo simulations, single points of failure are identified, the phase transition with respect to the capacity reserve margin is quantitatively characterized, and the insufficiency of passive capacity reservation is substantiated.*

Keywords: *cascading failures; logistics networks; hub-and-spoke topology; capacity tolerance; Australian Post dataset; Monte Carlo method.*