УДК 004.42:519.17

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ЛАБІРИНТУ ТА СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ І ПЕРЕВІРКИ ЙОГО СТРУКТУРНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Жуков Д.Р.
Національний університет «Одеська юридична академія»
Україна, Одеса
revenoise@gmail.com

Анотація. *Розглянуто формальне подання ідеального лабіринту на основі графа-решітки та підхід до перевірки коректності його генерації. Визначено математичні умови, яким має відповідати структура лабіринту, і систематизовано показники для кількісного оцінювання його маршрутних та структурних властивостей. Запропоновані положення реалізовано в програмному комплексі MazeStudy, що забезпечує єдину модель подання, обчислення характеристик і перевірку результатів роботи алгоритмів генерації.*

Ключові слова**:** *процедурна генерація; лабіринт; граф-решітка; остовне дерево; структурні характеристики; перевірка коректності.*

Вступна частина. Лабіринти є одним із найпоширеніших прикладів процедурно згенерованих рівнів. Їх застосовують як основний ігровий простір, навчальне середовище, а також як тестові об’єкти для дослідження та оцінювання алгоритмів пошуку шляху. Для ідеальних лабіринтів, тобто таких, у яких між будь-якими двома клітинами існує рівно один шлях, відомо щонайменше десяток алгоритмів генерації. Вони відрізняються швидкістю, статистичними властивостями результату та структурою лабіринтів: довжиною розв’язку, кількістю тупиків і розгалужень.

Для забезпечення практичної придатності згенеровані лабіринти мають відповідати визначеним топологічним і функціональним властивостям. Однак порівняння ефективності різних алгоритмів генерації ускладнюється відмінностями у способах подання лабіринтів, наборі метрик оцінювання та критеріях перевірки коректності результатів [1].

У дослідженнях генерації лабіринтів використовують різні підходи до оцінювання маршрутних і структурних характеристик [2, 3]. Для об’єктивного експериментального аналізу важливо не лише отримувати лабіринти, а й мати формальну модель, за якою можна однозначно визначити їхні властивості та перевірити відповідність заданим умовам.

Метою роботи є формалізація моделі ідеального лабіринту та розроблення системи показників і критеріїв перевірки, які забезпечують узгоджене оцінювання результатів роботи алгоритмів процедурної генерації

Основна частина. Для формального опису лабіринту використано граф-решітку $G = (V, E)$, у якій кожній клітині прямокутної сітки відповідає вершина, а ребра з’єднують клітини, що мають спільну сторону. Для сітки шириною W і висотою H кількість вершин становить $N = W \cdot H$, а кількість можливих ребер визначається співвідношенням:

$$|E| = W(H - 1) + H(W - 1).$$

Лабіринт задається множиною відкритих проходів ($T \subseteq E$), тоді як ребра, що не належать до T, відповідають стінам. У межах дослідження розглядали ідеальні лабіринти, у яких між будь-якими двома клітинами є рівно один шлях без повторень. З погляду теорії графів така структура є остовним деревом графа-решітки [4]. Отже, для її коректності необхідно забезпечити зв’язність графа (V, T) та відсутність циклів. Еквівалентною умовою

для зв’язного графа є рівність: $|T| = N - 1$.

Тим самим перевірка зв’язності разом із контролем кількості відкритих проходів дає змогу встановити, чи відповідає згенерована структура визначенню ідеального лабіринту.

У програмному комплексі MazeStudy цю модель використано як спільну основу для реалізації десяти алгоритмів генерації. Проходи між клітинами зберігаються у двох логічних масивах, що відповідають напрямкам на схід і на південь. Такий спосіб зберігання є особливістю програмної реалізації, тоді як математичне визначення лабіринту не залежить від конкретного формату даних.

Для кількісного оцінювання результатів генерації сформовано систему показників, які характеризують різні аспекти структури. Маршрутні показники описують шлях від входу до виходу: його довжину L, частку клітин шляху L/N, коефіцієнт подовження шляху ρ, кількість поворотів p і розвилок на маршруті q. Коефіцієнт подовження визначається як відношення довжини фактичного маршруту до мінімально можливої відстані між входом і виходом на порожній сітці:

$$\rho = (L - 1)/(W + H - 2).$$

Структурні показники характеризують розподіл тупиків і розгалужень, а також довжину ділянок без розгалужень. Зокрема, частка тупиків визначається співвідношенням $D = n_1/N$, де n_1 – кількість клітин з одним проходом. Частка вузлів розгалуження визначається як $B = (n_3 + n_4)/N$, де n_3 і n_4 – кількості клітин відповідно з трьома та чотирма проходами. Окремо враховується середня довжина коридору. Розмежування цих характеристик дає змогу не зводити різні структурні властивості до одного узагальненого показника.

Практичну реалізацію формалізованої моделі та системи показників здійснено в MazeStudy. Програмний комплекс містить окремі засоби обчислення метрик і перевірки коректності реалізацій генераторів (рис. 1). Для забезпечення відтворюваності експериментів передбачено використання заданого початкового значення генератора псевдовипадкових чисел (seed), а вимірювання часу генерації виконуються без візуалізації та запису журналу кроків. Це дає змогу відокремити витрати на побудову лабіринту від операцій, пов’язаних із його відображенням.



Рисунок 1 – Вкладка «Генерація» в MazeStudy: найкоротший шлях (жовтий) і клітини, оброблені агентом (блакитні)

Важливим аспектом оцінювання є розрізнення характеристик, що визначаються безпосередньо структурою лабіринту, і показників, які залежать від моделі його проходження. Наприклад, довжина єдиного маршруту та частка тупиків обчислюються за структурою, тоді як обсяг пошуку або перевитрата шляху програмного агента залежать від використаного алгоритму пошуку. Такий агентний підхід застосовується і в дослідженнях процедурно згенерованих ігрових рівнів [5], однак його результати не слід безпосередньо ототожнювати зі складністю лабіринту для людини.

Запропонована організація оцінювання має методичне значення: усі алгоритми працюють з однаковою моделлю, а результати перевіряються за узгодженими критеріями. Завдяки цьому можна аналізувати не лише факт успішного завершення генерації, а й відповідність отриманої структури формальному визначенню ідеального лабіринту та її кількісні властивості.

Висновки. Формалізація лабіринту як остовного дерева графа-решітки дає змогу визначити однозначні критерії коректності його генерації: зв'язність і відсутність циклів, що для зв'язного графа відповідає умові ($|T|=N-1$). Сформована система маршрутних і структурних показників забезпечує кількісне описання різних властивостей лабіринту та розмежовує характеристики самої структури й результати роботи програмного агента. Реалізація цих положень у MazeStudy створює єдину основу для перевірки десяти алгоритмів генерації, обчислення показників і проведення відтворюваних експериментів.

Використання інструментів штучного інтелекту. ChatGPT (GPT-6) використано для граматичної та стилістичної перевірки тексту тез.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Трофименко, О.Г., Задерейко, О.В., Янковський, О.Г., Каіров, В.О., Морозова, Г.С. (2025). Системний аналіз алгоритмів генерації лабіринтів для інтерактивних ігрових середовищ. *Кібербезпека: освіта, наука, техніка*, 2(30), 259–279. https://doi.org/10.28925/2663-4023.2025.30.972

[2] Čarapina, M., Staničić, O., Dodig, I., & Cafuta, D. (2024). A comparative study of maze generation algorithms in a game-based mobile learning application for learning basic programming concepts. *Algorithms,* 17(9), article 404. https://doi.org/10.3390/a17090404

[3] Марчук, Г.В., Граф, М.С., Левківський, В.Л., Венгловська, Ю.В. (2024). Аналіз та порівняння існуючих методів генерації лабіринтів в комп'ютерних іграх. *Вісник Херсонського національного технічного університету, 3*(90), 228–237. https://doi.org/10.35546/kntu2078-4481.2024.3.29

[4] Wilson, D. B. (1996). Generating random spanning trees more quickly than the cover time. *Proceedings of the 28th Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 296–303. https://doi.org/10.1145/237814.237880

[5] Beukman, M., James, S., & Cleghorn, C. (2022). Towards objective metrics for procedurally generated video game levels. *arXiv*. https://doi.org/10.48550/arXiv.2201.10334

Zhukov D. R.

Formal model of a maze and a metric system for the experimental analysis of procedural generation

Abstract*. The paper considers a formal representation of a perfect maze based on a grid graph and an approach to verifying the correctness of maze generation. Mathematical conditions for a valid maze structure are defined, and metrics for quantitative assessment of its route and structural properties are systematized. These principles are implemented in the MazeStudy software framework, which provides a unified representation model, metric computation, and verification of maze generation algorithms.*

Keywords*: procedural generation; maze; grid graph; spanning tree; structural properties; correctness verification.*