УДК 629.735:519.6

КРИТЕРІАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ТА КІНЕМАТИЧНИХ ОБМЕЖЕНЬ ДИНАМІЧНОГО ШИРЯННЯ СТРАТОСФЕРНИХ ГЛАЙДЕРІВ

Артьомов І.В.[1]; Артьомов А.І.[2]
[1,2] Національний аерокосмічний університет «Харківський авіаційний інститут»
[1,2] Україна, Харків
[1] 0009-0001-5368-2469; [2] 0009-0007-3318-4351

Анотація. *У роботі теоретично досліджено межі динамічного ширяння стратосферних глайдерів та шляхом комп'ютерного моделювання отримано безрозмірні залежності параметрів їх кінематики. Доведено виродження простору станів у вузький «аеродинамічний кут» та неможливість виконання класичних маневрів. Результати можуть безпосередньо використовуватись як фазові обмеження в алгоритмах нелінійного оптимального керування просторовим рухом висотних БПЛА.*
Ключові слова: *стратосферний глайдер; динамічне ширяння; модель атмосфери; безрозмірні критерії.*

Вступна частина. Створення автономних висотних псевдосупутників (англ. High Altitude Pseudo-Satellites, HAPS) є одним із пріоритетних напрямів розвитку сучасних інформаційних та аерокосмічних технологій. Одним із перспективних варіантів технічної реалізації таких систем є використання безмоторних стратосферних глайдерів. Через стабільну стратифікацію нижньої стратосфери термічне ширяння тут малоефективне, тому перспективним механізмом тривалого польоту є динамічне ширяння – вилучення енергії з вітрових градієнтів. Проте на висотах 15–20 км розрідження атмосфери звужує діапазон допустимих швидкостей і збільшує радіуси маневрів, що потребує точного математичного моделювання кінематики польоту [1].

Аналіз досліджень динамічного ширяння [2] показує, що розрахунок траєкторій переважно спирається на аеродинамічні характеристики конкретного БПЛА та параметри вітрового градієнта. Для стратосферних умов такі підходи потребують врахування звуження діапазону допустимих швидкостей і зростання просторових обмежень. Недостатня формалізація цих ефектів у безрозмірній формі ускладнює застосування універсальних фазових обмежень в алгоритмах нелінійного оптимального керування.

Мета роботи – розробка критеріальної математичної моделі аеродинамічних та кінематичних обмежень динамічного ширяння стратосферних глайдерів на базі безрозмірних параметрів моделі атмосфери для формування універсального інваріантного базису фазових обмежень у задачах нелінійного оптимального керування.

Основна частина. Для розв'язання поставленої задачі базовим дослідницьким підходом обрано перехід від абсолютних фізичних величин до роботи у відносних (безрозмірних) одиницях. Такий метод є ключовим для абстрагування від масо-габаритних параметрів конкретних глайдерів та створення універсальної, інваріантної моделі обмежень.

Формування відносних критеріїв вимагає еталонного опису термодинамічних характеристик повітря. З цією метою у роботі використано математичну модель Міжнародної стандартної атмосфери (англ. International Standard Atmosphere, ISA).

Основним критерієм стану середовища, навколо якого алгоритм будує подальші розрахунки, обрано відносну щільність атмосфери:

$$\bar{\rho}(h) = \frac{\rho(h)}{\rho_0},$$

де $\rho_0 = \rho(0)$ – щільність за стандартних умов на рівні моря.

Перехід до такої відносної величини дозволяє замінити складні термодинамічні функції середовища одним безрозмірним множником, який визначає подальшу кінематику польоту.

Основоположним обмеженням безмоторного польоту є мінімальна еволютивна швидкість V_{min} (швидкість звалювання), яка визначає нижню межу існування стійкого просторового стану апарата. Фізична природа цього обмеження полягає у необхідності підтримання швидкісного напору (динамічного тиску) на рівні, достатньому для генерації підіймальної сили, що врівноважує вагу апарата.

З класичного рівняння підіймальної сили в умовах сталого горизонтального польоту, ця швидкість визначається абсолютною величиною:

$$V_{min}(h) = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g}{\rho(h) \cdot S \cdot C_{Lmax}}},$$

де m – маса апарата, g – прискорення вільного падіння, S – площа крила, C_{Lmax} – максимальний коефіцієнт підіймальної сили.

Для формування інваріантної моделі, незалежної від конструктивних особливостей глайдера, поточну швидкість на висоті h було масштабовано відносно еталонного значення на рівні моря:

$$\bar{V}_{min}(h) = \frac{V_{min}(h)}{V_{min}(0)} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho(h)}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{\rho}(h)}}$$

В результаті аналітичних перетворень отримано фундаментальну математичну залежність – експоненційне зростання необхідної швидкості польоту для уникнення звалювання залежить виключно від поточного термодинамічного стану атмосфери. Цей закон деградації швидкості є абсолютно універсальним, він відображає падіння швидкісного напору у розрідженому середовищі і залишається незмінним для будь-якої аеродинамічної схеми глайдера.

Аналогічний математичний підхід застосовано до просторових обмежень маневреності, які є критичними для реалізації механізму динамічного ширяння. Успішне вилучення енергії з висотних струменевих течій безпосередньо залежить від здатності глайдера швидко і компактно перетинати шари вітрових градієнтів. Ефективність цього процесу обернено пропорційна радіусу траєкторії: чим більший радіус розвороту, тим більше часу апарат проводить у перехідних зонах, втрачаючи кінетичну енергію на подолання аеродинамічного опору.

Радіус сталого просторового розвороту R визначається балансом відцентрової сили та горизонтальної складової підіймальної сили крила. При заданому куті крену γ він визначається за формулою:

$$R(h) = \frac{(k \cdot V_{min}(h))^2}{g \cdot \tan\gamma},$$

де k – безрозмірний коефіцієнт запасу швидкості ($k > 1$), який враховує необхідне перевищення робочої швидкості маневрування над швидкістю звалювання для запобігання зриву потоку при виконанні крену.

Для визначення ступеня деградації маневреності у стратосфері, виконаємо перехід до безрозмірного критерію просторових обмежень. Масштабування поточного радіуса на висоті h відносно еталонного радіуса на рівні моря проводиться за умови виконання маневру з однаковою тактикою пілотування (незмінними k та γ):

$$\bar{R}(h) = \frac{R(h)}{R(0)} = \frac{V_{min}^2(h)}{V_{min}^2(0)} = \frac{1}{\bar{\rho}(h)}$$

Отриманий безрозмірний критерій $\bar{R}$ математично формалізує фундаментальний факт: незалежно від обраного швидкісного режиму польоту та агресивності закладеного крену, просторові вимоги до маневреності глайдера деградують обернено пропорційно відносній щільності атмосфери.

Якщо падіння щільності невпинно підіймає нижню межу швидкості польоту, то висотні характеристики атмосфери встановлюють жорстку верхню межу. Згідно з моделлю ISA, у цільовому діапазоні нижньої стратосфери локальна швидкість звуку a суттєво зменшується, досягаючи свого мінімуму.

Максимально допустима швидкість безмоторного польоту V_{max} суворо обмежується наближенням до хвильової кризи – явища виникнення місцевих надзвукових зон та стрибків ущільнення на профілі крила, що призводить до різкого падіння аеродинамічної якості. Ця межа визначається критичним числом Маха (M_{crit}) – конструктивною характеристикою планера:

$$\mathrm{V_{max}(h) = M_{crit} \cdot a(h)}$$

Через зменшення швидкості звуку абсолютна швидкість настання хвильової кризи у стратосфері є значно нижчою порівняно з рівнем моря.

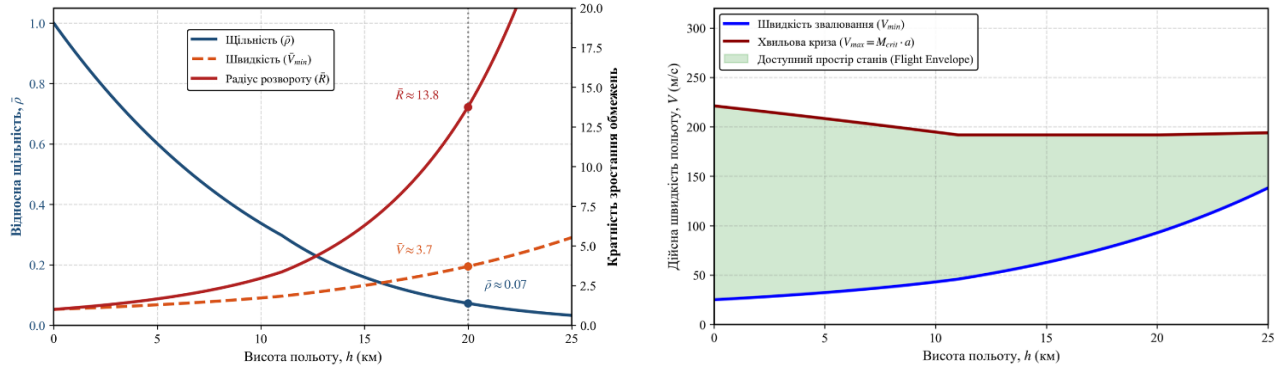
У результаті взаємодії цих факторів виникає фундаментальний аеродинамічний парадокс: експоненційне зростання необхідної швидкості польоту невідворотно стикається зі зниженим «звуковим бар'єром». Наслідком цього зустрічного процесу є утворення так званої «зони виродження простору станів» (англ. Coffin Corner) – специфічного режиму, де просторові кінематичні обмеження вступають у жорстке, нездоланне протиріччя з аеродинамічними можливостями глайдера.

Для верифікації та візуалізації виведених аналітичних залежностей розроблено програмний алгоритм мовою Python. Розрахунок термодинамічних профілів атмосфери реалізовано із застосуванням спеціалізованої бібліотеки `ambiance`, що гарантує строгу відповідність стандарту ISA [3]. Векторизацію обчислень та генерацію масивів даних виконано за допомогою бібліотеки `numpy`, а безпосередню візуалізацію результатів реалізовано засобами бібліотеки `matplotlib`.

Результати моделювання деградації кінематичних параметрів (рис. 1 а) наочно підтверджують виведений характер просторових обмежень. На графіку зафіксовано, що при досягненні цільової висоти 20 км (де відносна щільність $\bar{\rho} \approx 0.07$) відносна мінімальна швидкість польоту і радіус розвороту збільшуються приблизно у 3.7 і 13.8 разів відповідно порівняно з еталонними показниками на рівні моря. Цей результат візуалізує математично доведене раніше «роздування» траєкторії, яке унеможливлює компактний перетин вітрових градієнтів.

Аналіз згенерованого простору станів (рис. 1 б) демонструє динаміку виродження доступного швидкісного діапазону. Графік ілюструє, як крива стрімкого зростання швидкості звалювання невідворотно наближається до спадаючої межі хвильової кризи, формуючи яскраво виражену «зону виродження простору станів» . Зона допустимих режимів

польоту (англ. Flight Envelope) звужується до критичного мінімуму, при якому експлуатаційний запас швидкості прямує до одиниці.



а б

Рисунок 1 – Деградація кінематичних та аеродинамічних характеристик стратосферного глайдера: (a) – падіння відносної щільності атмосфери та кратність зростання кінематичних обмежень (швидкості та радіуса розвороту); (b) – звуження поля допустимих режимів польоту

Висновки. Аналітичні залежності та результати моделювання свідчать, що в розрідженій стратосфері суттєво зростають мінімальна швидкість польоту й радіус розвороту, а допустимий швидкісний діапазон звужується. Це обмежує застосовність традиційних маневрів динамічного ширяння. Отримані безрозмірні критерії можуть використовуватися як фазові обмеження при побудові енергоефективних траєкторій методами нелінійного оптимального керування.

Використання інструментів ШІ. Google Gemini застосовувався для структурування та мовно-стилістичного редагування тексту й перекладу анотації. Наукову задачу, математичну модель, розрахунки, графіки та аналіз результатів автори виконали самостійно без використання ШІ.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Артьомов, І. В., Крицький, Д. М., & Артьомова, А. В. (2025). Проблеми та підходи до моделювання траєкторій стратосферних планерів у задачах територіального моніторингу. *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*, *2*(59), 116–124. https://doi.org/10.30748/nitps.2025.59.14

[2] Wang, W., An, W., & Song, B. (2023). Dynamic Soaring Parameters Influence Regularity Analysis on UAV and Soaring Strategy Design. *Drones*, *7*(4), 271. https://doi.org/10.3390/drones7040271

[3] Dettmann, A. (2022, September 25) *Ambiance: Python implementation of the ICAO Standard Atmosphere 1993*. https://ambiance.readthedocs.io/en/latest/

Artomov I. V., Artomov A. I.

Criteria-based modeling of aerodynamic and kinematic constraints in dynamic soaring of stratospheric gliders

Abstract. *This paper theoretically investigates the limits of dynamic soaring for stratospheric gliders and derives dimensionless dependencies of their kinematic parameters through computer simulation. The study proves the degeneration of the state space into a narrow "coffin corner," rendering the execution of classical maneuvers physically impossible. The obtained results can be directly utilized as phase constraints in nonlinear optimal control algorithms for the spatial motion of high-altitude UAVs.*

Keywords: *stratospheric glider; dynamic soaring; atmospheric model; dimensionless criteria.*