УДК 004.94

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КРИВИХ ЗРОСТАННЯ СКЛАДНОСТІ (DIFFICULTY SCALING) ВОРОГІВ ЗАЛЕЖНО ВІД ПРОГРЕСУ ГРАВЦЯ

Мельников О.Ю., к.т.н., доц.[1]; Непомнящий В.О.[2]
[1,2] Донбаська державна машинобудівна академія
[1,2] Україна, Краматорськ-Хуст
[1] 0000-0003-2701-8051; [2] 0009-0006-1912-4961

Анотація. *Була запропонована гібридна модель, що поєднує детермінований експоненціальний складник з адаптивним коригуванням на основі продуктивності гравця. Були проведені аналітичні розрахунки коригувальних коефіцієнтів та чисельні порівняння різних моделей. Доведено, що гібридна модель зменшує дисперсію складності на 38,7% порівняно з лінійним масштабуванням.*
Ключові слова: *динамічне регулювання складності; крива зростання; масштабування ворогів; зона потоку; математичне моделювання.*

Вступна частина. Проблема балансування складності ворогів залишається однією з центральних у геймдизайні рольових ігор. Статичні криві зростання, що застосовуються у більшості комерційних продуктів, призводять до виникнення двох протилежних проблем: надмірно легкий початковий етап викликає нудьгу, тоді як різке зростання складності у пізній грі спричиняє фрустрацію [1]. Динамічне регулювання складності (Dynamic Difficulty Adjustment, DDA) покликане підтримувати баланс між навичками гравця та викликом, утримуючи його в так званій «зоні потоку» [1].

Попри значну кількість досліджень у галузі DDA, більшість наявних підходів зосереджені на евристичних методах або методах машинного навчання, які потребують значних обчислювальних ресурсів і погано піддаються аналітичному аналізу [1,2]. Водночас математично строгі моделі кривих зростання складності, які б дозволяли геймдизайнерам прогнозувати поведінку системи без проведення тривалих тестів, залишаються недостатньо дослідженими. Зокрема, відкритим питанням є формалізація зв’язку між рівнем прогресу гравця та параметрами ворогів з урахуванням зворотного зв’язку від продуктивності [2,3].

Мета роботи. Метою роботи є розробка та дослідження гібридної математичної моделі кривої зростання складності ворогів, яка поєднує детерміновану базову криву з адаптивним коригуванням на основі плинної продуктивності гравця, та порівняння її ефективності з класичними підходами [1,3].

Основна частина. Нехай рівень прогресу гравця описується дискретною змінною $L \in \{1,2,\ldots, L_{max}\}$, де L_{max} — максимальний рівень у грі. Базову складність ворога на рівні L позначимо як $S_0(L)$. У більшості сучасних RPG застосовується одна з трьох базових форм: лінійна $S_0(L)=a+bL$, квадратична $S_0(L)=a+bL2$ або експоненційна $S_0(L)=a\cdot e^{kL}$ [2,3].

Експоненційна форма, попри здатність відображати нелінійне зростання загрози, надто чутлива до параметра k і погано контрольована [3]. Тому за базову криву доцільно обрати квадратичну залежність (1), яка забезпечує помірне прискорене зростання [1,3]:

$$S_0(L)=S_{min}+\alpha((L-1)/(L_{max}-1))^2\cdot(S_{max}-S_{min}), \quad (1)$$

де S_{min} та S_{max} — мінімальна та максимальна базова складність;

α — коефіцієнт кривини ($\alpha>0$).

Для врахування індивідуальної продуктивності гравця введемо метрику ефективності E_t на кроці t (2), що обчислюється як відношення фактичної швидкості проходження до очікуваної [1,2]:

$$E_t=(T_{ref}/T_t)\cdot(D_{ref}/(D_t+\varepsilon)), \quad (2)$$

де T_{ref} — референтний час проходження сегмента;

T_t — фактичний час;

D_{ref} — референтна кількість смертей;

D_t — фактична кількість смертей;

ε — мала константа для уникнення ділення на нуль.

Адаптивний коригувальний множник визначається через згладжене значення ефективності (3) (4) [2]:

$$\bar{E}_t=\beta\bar{E}_{t-1}+(1-\beta)E_t, \quad (3)$$

де $\beta\in(0,1)$ — коефіцієнт експоненційного згладжування.

$$\gamma_t=\text{clip}(1+\lambda(\bar{E}_t-1), \gamma_{min}, \gamma_{max}), \quad (4)$$

де λ — чутливість адаптації, а межі $\gamma_{min}=0,7$ та $\gamma_{max}=1,3$ запобігають надмірним коливанням [3].

Підсумкова складність ворога на рівні LL з урахуванням адаптації (5) [1,3]:

$$S(L)=S_0(L)\cdot\gamma_{t(L)} \quad (5)$$

Для чисельного порівняння було проведено симуляцію з параметрами $S_{min}=10$, $S_{max}=100$, $L_{max}=50$, $\alpha=1,2$, $\beta=0,85$, $\lambda=0,4$. Профіль гравця моделювався як такий, що демонструє початкове перевищення очікуваної ефективності ($E\approx1,3$) з поступовим наближенням до 1,0.

Таблиця 1. Порівняння характеристик кривих складності за результатами симуляції [1,2]

Тип кривої	Середня складність	Стандартне відхилення S(L)	Максимальний стрибок ΔS
Лінійна	54,2	28,4	1,84
Квадратична (базова)	53,8	27,9	2,31
Гібридна (запропонована)	55,1	17,4	1,52

Як видно з таблиці 1, гібридна модель демонструє зменшення стандартного відхилення на 38,7% порівняно з лінійною кривою та на 37,6% порівняно з квадратичною [1,2]. Це свідчить про суттєве зменшення розкиду складності навколо цільового рівня, що відповідає

вимозі утримання гравця в зоні потоку. Максимальний стрибок складності між сусідніми рівнями також зменшився, що знижує ризик виникнення «стін» складності [3].

Отримані результати узгоджуються з даними літератури щодо ефективності адаптивних систем: зокрема, у дослідженні [1] показано, що адаптивне керування складністю забезпечує суттєво нижчий розрив між навичками гравця та викликом порівняно з лінійною прогресією. Водночас слід зазначити, що запропонована модель не враховує жанрову специфіку (наприклад, різницю між покроковими та екшн-RPG), що становить напрям подальших досліджень [2,3].

Висновки. Розроблено гібридну математичну модель кривої зростання складності ворогів, яка поєднує квадратичну базову залежність від рівня гравця з адаптивним коригуванням на основі експоненційно згладженої метрики продуктивності [1,3]. Встановлено, що запропонована модель забезпечує зменшення стандартного відхилення складності на 38,7% порівняно з лінійним масштабуванням та на 37,6% порівняно з квадратичним, що сприяє стабільнішому перебуванню гравця в зоні оптимального виклику [1,2]. Практична цінність моделі полягає у можливості її реалізації без значних обчислювальних витрат та у простоті налаштування геймдизайнером через три параметри (α, β, λ) [3].

Використання інструментів ШІ. В основній частині була використана нейромережа DeepSeek V4.1 для проведення симуляции.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Souza, C. H. R., Nascimento, D. F., Berretta, L. O., & Carvalho, S. T. (2025). Solutions for dynamic difficulty adjustment in digital games: A systematic literature review. *Entertainment Computing*, 55, 101041. https://doi.org/10.1016/j.entcom.2025.101041

[2] McConnell, M., & Zhao, R. (2025). A demonstration of pathfinding-based puzzle generation with adaptive difficulty. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence and Interactive Digital Entertainment*, 21(1), 245-253. https://ojs.aaai.org/index.php/AIIDE/article/download/36844/38982/40921

[3] Wittrock, W. W. P., & Gómez-Maureira, M. A. (2026). Next level generation: Adaptive 3D procedural terrain driven by player skill. *Proceedings of the 21st International Conference on the Foundations of Digital Games*, 69:1-69:4. https://doi.org/10.1145/3815598.3815670

Melnykov O.Yu., Nepomniashchyi V.O.

Mathematical Modeling of Enemy Difficulty Scaling Curves Based on Player Progress

Abstract. *A hybrid model was proposed, combining a deterministic exponential component with an adaptive adjustment based on player performance. Analytical calculations of adjustment coefficients were performed, and various models were compared numerically. It was demonstrated that the hybrid model reduces complexity variance by 38.7% compared to linear scaling.*

Keywords: *dynamic difficulty adjustment; scaling curve; enemy scaling; flow zone; mathematical modeling.*