УДК 004.8:519.6

ПОЛІГОН НОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦІЇ ВИСОКОТОЧНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ ПЕРСОНАЛЬНИХ ШІ-АГЕНТІВ

Панченко Б. Є., д-р фіз.-мат. наук, проф.[1]; Северин М. В.[2]
[1] Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку; [2] Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
[1] Україна, Одеса; [2] Україна, Одеса
[1] pr-bob@ukr.net; [2] n_severin@ukr.net

Анотація. *Запропоновано полігон нових крайових задач з еталонами до 30 значущих цифр для навчання штучного інтелекту високоточним обчисленням. У режимі FP64 MPI-кластер і NVIDIA A100 дають однакові 10–14 правильних цифр, а A100 швидший у 39,24–122,62 раза. Усі дефекти були виявлені лише за допомогою еталону, а частка прийнятих з першої спроби розв'язків зросла від 0 до 20 %.*
Ключові слова: *штучний інтелект; ШІ-агент; чисельні методи; велика мовна модель; полігон; MPI; CUDA.*

Вступ. Великі мовні моделі пишуть код і текст правдоподібного вигляду, проте в наукових обчисленнях головна складність полягає не в генерації, а в перевірці результату. Частка смислових дефектів у згенерованому коді для програм наукових обчислень вища, ніж для типового прикладного коду [1], а значна частина посилань, згенерованих без доступу до зовнішніх баз, є хибною або вигаданою [2]. Типові дефекти високоточних програм не спричиняють збоїв і видимі лише на тлі незалежного еталону. Збіг 14–30 значущих цифр двох незалежних методів може слугувати критерієм коректності, адже ймовірність того, що хибний алгоритм відтворить таку кількість правильних цифр є малою. Тому комплекс задач з такими еталонами може бути полігоном для навчання агента штучного інтелекту (ШІ-агента).

Мета роботи полягає в розробленні й випробуванні полігону нових крайових задач математичної фізики для автоматизації високоточних досліджень з персональним ШІ-агентом, порівнянні на цьому полігоні MIMD (MPI) і SIMT (CUDA) розпаралелювання з відомою кількістю правильних цифр та оцінюванні навчання агента за журналом відхилених варіантів.

Полігон і критерій істинності. Полігон утворюють чотири задачі динамічної теорії пружності, а саме дифракція P- і SV-хвиль на вільних отворах і на нерухомих жорстких включеннях, гармонічні коливання й ударне навантаження товстого шару з тунельними отворами. Усталене розсіяне поле переміщень $\mathbf{u}$ необмеженого ізотропного середовища за плоскої деформації задовольняє рівняння Ламе

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho\omega^2 \mathbf{u} = 0 \qquad (1)$$

де λ, μ є сталими Ламе, ρ густиною, ω коловою частотою. Задачу для шару розкладом за товщинною координатою зведено до послідовності таких плоских задач, а ударну задачу до сімейства задач для шару на спектрі частот. Для контурів довільної форми задачі зведено до сингулярних інтегральних рівнянь, дискретизованих методом механічних квадратур з квадратурою Кресса для логарифмічної частини ядер [3], що дає щільну комплексну систему порядку $n = 2NM$, де N позначає кількість вузлів на контурі, M кількість контурів. Для кругових контурів ті самі задачі незалежно розв'язано рядами за функціями Бесселя і Ганкеля, і саме вони є еталонами з 14–33 цифрами. Моделі розроблено в науковій школі

Л. А. Фільштинського та в працях авторів [4, 5], новим є їх використання як обчислювального еталону.

Результат вважається дійсним лише після підтвердження двома незалежними методами (без спільної дискретизації, подання розв'язку чи коду) до 4 цифр за участі методу скінченних елементів і до 14–30 цифр для двох аналітико-числових методів. Кожен крок полігону додає рівно один новий вид складності, тому збій вказує на елемент, доданий на цьому переході. Реальну точність обмежує не лише довжина мантиси, а й число обумовленості системи [6]

$$p \approx p_{\text{ar}} - \lg\kappa(A), \quad \kappa(A) = \| A \|_\infty \| A^{-1} \|_\infty \tag{2}$$

де p_{ar} є кількістю десяткових цифр арифметики (близько 16 для FP64 і 34 для REAL*16).

Порівняння платформ. У MIMD-схемі (Fortran, MPI) головний процес динамічно роздає робочим процесам смуги рядків матриці, у SIMT-схемі (CUDA C++) кожен елемент матриці обчислює окремий потік, а численні малі системи задач для шару розв'язуються пакетами. Обидві схеми працюють в однаковій арифметиці FP64 з однаковими вузлами. Кластер утворювали 64 фізичні ядра процесора AMD в одному обчислювальному вузлі, SIMT-схему виконано на NVIDIA A100. Платформи порівнювалися за відношенням $R = T_{\text{MPI}}/T_{\text{CUDA}}$ загального часу, необхідного для побудови та розв'язання СЛАР методом Гауса, а також виконання зворотної підстановки (рис. 1).

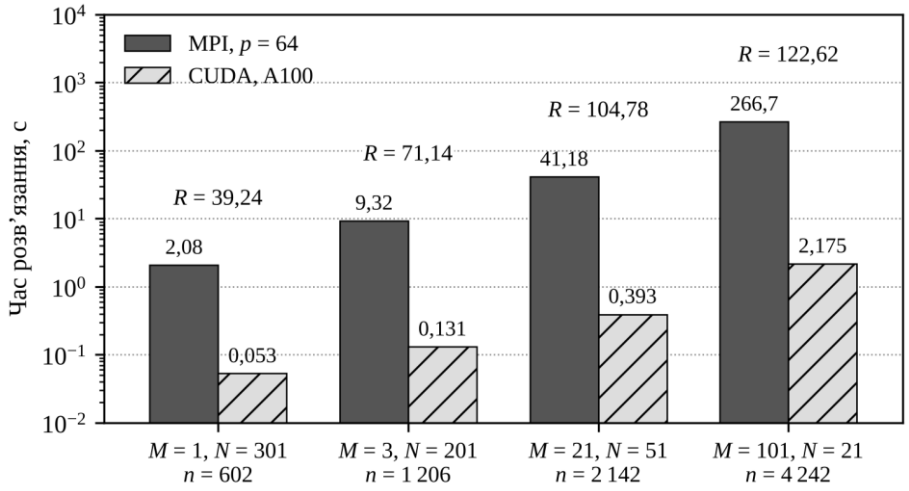


Рис. 1. Час розв'язання плоских задач у режимі FP64 на MPI-кластері (p = 64) і на NVIDIA A100 (M, N, n позначають кількість контурів, кількість вузлів на контурі та порядок системи)

Прискорювач A100 швидший за 64-процесний кластер у 39,24–122,62 раза. Найбільшого виграшу SIMT слід очікувати на етапі формування матриці, масово паралельному без обмінів, меншого на етапі методу Гаусса, кроки якого залежать один від одного. Кількість правильних цифр на обох платформах однакова (12–14 для отворів і 10–13 для включень) і визначається числом обумовленості (2), а не платформою, тому вибір платформи за часом не звільняє від перевірки еталоном. У режимі 30 знаків (REAL*16) застосовний лише MPI-кластер, бо графічні прискорювачі не мають апаратної четверної точності і бібліотеки комплексної багатослівної арифметики. Отже, агент засвоює правило, за яким спочатку оцінюють розмір матриці й кількість незалежних задач, потім обирають платформу і лише тоді порівнюють результат з еталоном.

Журнал роботи агента. Агента Claude (Anthropic, модель Opus 5) персоналізовано без зміни базової моделі, а саме файлами пам'яті, робочими правилами та корпусом програм і статей наукової школи. Журнал відхилених варіантів фіксує ознаку відхилення, причину і

правило, закріплене в корпусі. Станом на 14.10.2026 він містить 27 епізодів, лише 3 з яких прийнято з першої спроби. Жодна програма не завершилася аварійно, і всі дефекти були виявлені лише за допомогою незалежного еталону. Найбільших організаційних втрат завдала відсутність довготривалої пам'яті, адже кожен сеанс моделі загального призначення починається без накопиченого контексту, а механізми пам'яті [7] не гарантують наявності потрібної деталі.

Висновки. Полігон з незалежними еталонами є необхідною умовою навчання ШІ-агента високоточним обчисленням, а також є засобом вибору паралельної платформи. У режимі FP64 обидві платформи дають однакові 10–14 правильних цифр, а A100 швидший за 64-процесний кластер у 39,24–122,62 раза, у режимі 30 знаків застосовна лише MIMD-схема. Після закріплення 21 правила частка розв'язків, прийнятих з першої спроби, зросла від 0 до 20 %. Для багаторічних досліджень у пригоді може стати персональний агент, закріплений за одним дослідником, а засобом перевірки його навчання є полігон.

Використання інструментів ШІ. Агент Claude (Anthropic, моделі серії Opus) є об'єктом дослідження. Його також використано для написання чернеток програмного коду, прийнятого лише після узгодження з незалежними еталонами, і для підготовки чернетки рукопису (розділи "Порівняння платформ" та "Журнал роботи агента"). Усі результати, рисунки й посилання перевірено авторами.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

[1] Zhao, Q., Liu, F., Long, X., Wu, C., & Zhang, L. (2025). On the applicability of code language models to scientific computing programs. *IEEE Transactions on Software Engineering, 51*(6), 1685–1701. https://doi.org/10.1109/TSE.2025.3564599

[2] Walters, W. H., & Wilder, E. I. (2023). Fabrication and errors in the bibliographic citations generated by ChatGPT. *Scientific Reports, 13*, 14045. https://doi.org/10.1038/s41598-023-41032-5

[3] Kress, R. (1991). Boundary integral equations in time-harmonic acoustic scattering. *Mathematical and Computer Modelling, 15*(3–5), 229–243.

[4] Панченко, Б. Є., & Северин, М. В. (2024). Математичне моделювання дифракції плоских гармонічних хвиль на жорсткому циліндричному включенні довільного поперечного перерізу. *Проблеми керування та інформатики, 69*(3), 33–43. https://doi.org/10.34229/1028-0979-2024-3-2

[5] Ковальов, Ю. Д., Панченко, Б. Є., Северин, М. В., & Перекрестов, І. С. (2025). Математичне моделювання імпульсної взаємодії з наскрізним отвором у товстому шарі (кососиметричний випадок). *Проблеми керування та інформатики, 70*(2), 34–42. https://doi.org/10.34229/1028-0979-2025-2-3

[6] Higham, N. J. (2002). *Accuracy and stability of numerical algorithms* (2nd ed.). Philadelphia, PA: SIAM.

[7] Packer, C., Wooders, S., Lin, K., Fang, V., Patil, S. G., Stoica, I., & Gonzalez, J. E. (2023). MemGPT: Towards LLMs as operating systems. *arXiv*. https://doi.org/10.48550/arXiv.2310.08560

Panchenko B. Ye., Severin M. V.

A new mathematical physics boundary value problems training ground for automation of high-precision research using personal AI agents

Abstract. *The paper presents a training ground built on a set of new mathematical physics boundary value problems with known 30-digit exact solutions, which is used to train artificial intelligence for the high-precision computations. In the 16-digit mode (FP64) the MPI cluster and the NVIDIA A100 GPU give the same 10–14 correct digits, the A100 being 39.24–122.62 times faster. Every defect was found only by the independent reference, and the share of solutions accepted at the first attempt grew from 0 to 20 %.*

Keywords: *artificial intelligence; AI agent; numerical methods; large language model; training ground; MPI; CUDA.*